

Zasady dynamiki Newtona

DR DOROTA JAKUBCZYK

KATEDRA FIZYKI I INŻYNIERII MEDYCZNEJ

WYDZIAŁ MATEMATYKI I FIZYKI STOSOWANEJ

POLITECHNIKA RZESZOWSKA

I zasada dynamiki Newtona

Pierwsza zasada dynamiki Newtona (jedno z wielu sformułowań)

Dowolne ciało, na które nie działa żadna wypadkowa siła znajdować się będzie w stanie spoczynku lub ruchu jednostajnego prostoliniowego.

Inne sformułowanie to:

Dowolne ciało utrzymuje stałą prędkość do momentu jej zmiany przez oddziaływanie z innymi ciałami.

Inercjalny układ odniesienia

Układ odniesienia, w którym spełnione jest pierwsze prawo dynamiki Newtona.

Ziemię można w przybliżeniu traktować jako układ inercjalny.

Nieinercjalny układ odniesienia

Układ odniesienia, w którym nie jest spełnione pierwsze prawo dynamiki Newtona.

II zasada dynamiki Newtona

II zasada dynamiki (jedno z wielu sformułowań)

Wypadkowa siła \vec{F} działająca na ciało o masie m nadaje mu przyspieszenie proporcjonalne do tej siły i odwrotnie proporcjonalne do masy m (stałej w mechanice newtonowskiej) ciała:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Kierunek wektora przyspieszenia jest zgodny z kierunkiem wektora siły!

II zasada dynamiki – wersja uogólniona, która obowiązuje dla zmiennej masy m np. w mechanice relatywistycznej

Wypadkowa siła \vec{F} działająca na ciało o masie m jest równa prędkości zmiany pędu \vec{p} ciała:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Kierunek zmiany pędu $d\vec{p}$ jest zgodny z kierunkiem wywołującej tę zmianę siły \vec{F} .

Dla stałej masy m :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{d\overset{=0}{m}}{dt}$$

Ruch prostoliniowy

Ruch jednostajny	$v = \text{const.}$ $s = vt$ $a = 0$
Ruch jednostajnie zmienny	$v = v_0 \pm at$ $s = v_0t \pm \frac{1}{2}at^2$ $a = \text{const.}$
Ruch niejednostajnie zmienny	$v = \int a dt$ $s = \int v dt$ $a \neq \text{const.}$

III zasada dynamiki Newtona

III zasada dynamiki (jedno z wielu sformułowań)

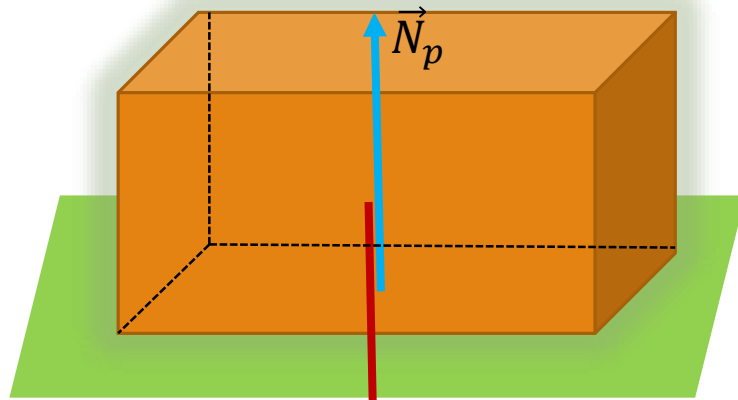
Jeżeli ciało 1 działa na ciało 2 pewną siłą \vec{F}_{21} to ciało 2 działa na ciało 1 siłą $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Siły te, działając na różne ciała, nie równoważą się!

Ciało oddziałujące doznaje skutków swojego oddziaływania!

Siła nacisku

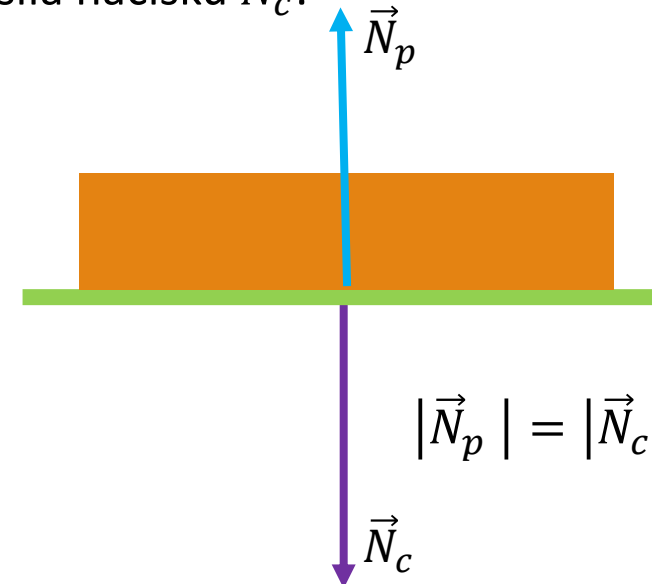
Na ciało o masie m spoczywające na poziomej powierzchni działają dwie siły:



\vec{N}_p – siła nacisku

$\vec{F}_g = m\vec{g}$ – siła ciężkości

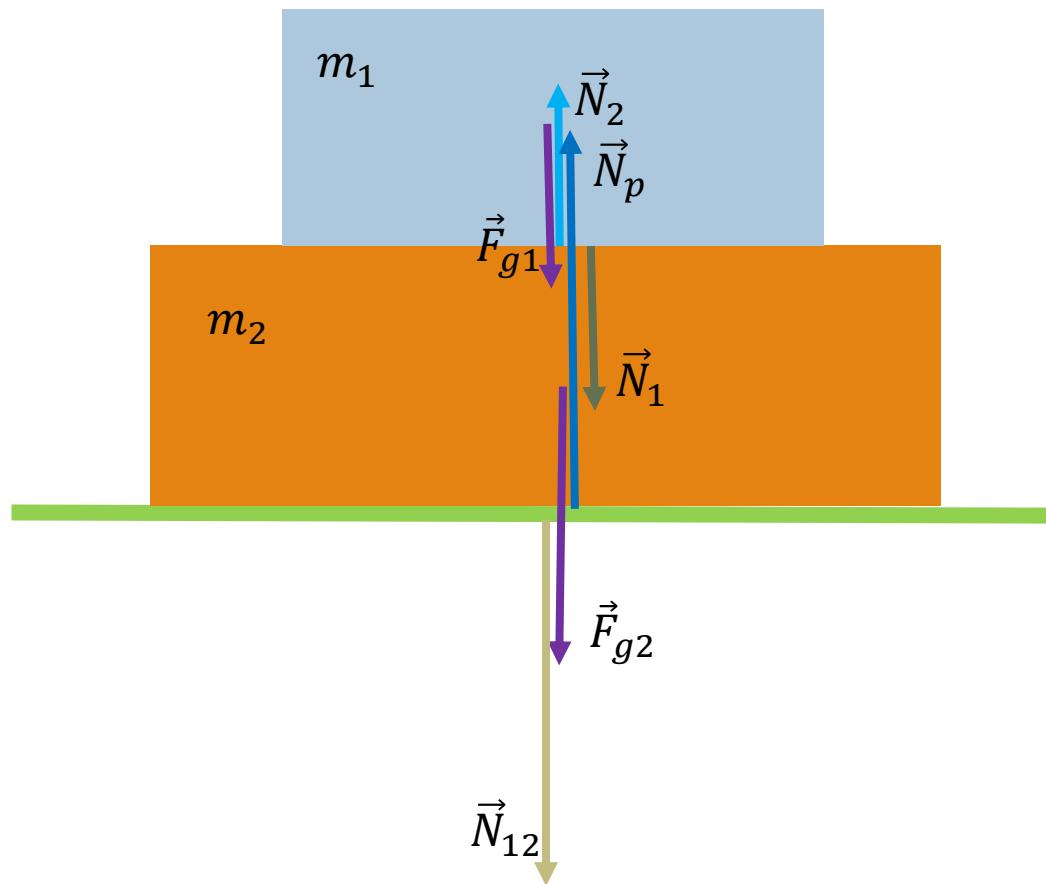
Na powierzchnię poziomą, na której spoczywa ciało działa siła nacisku \vec{N}_c :



\vec{N}_p – siła nacisku wywierana przez podłoże na klocek

\vec{N}_c – siła nacisku wywierana przez klocek na podłoże

Siła nacisku



Siły działające na ciało o masie m_1 :

$$N_2 = m_1 g$$

$$F_{g1} = m_1 g$$

Siły działające na ciało o masie m_2 :

$$N_1 = m_1 g$$

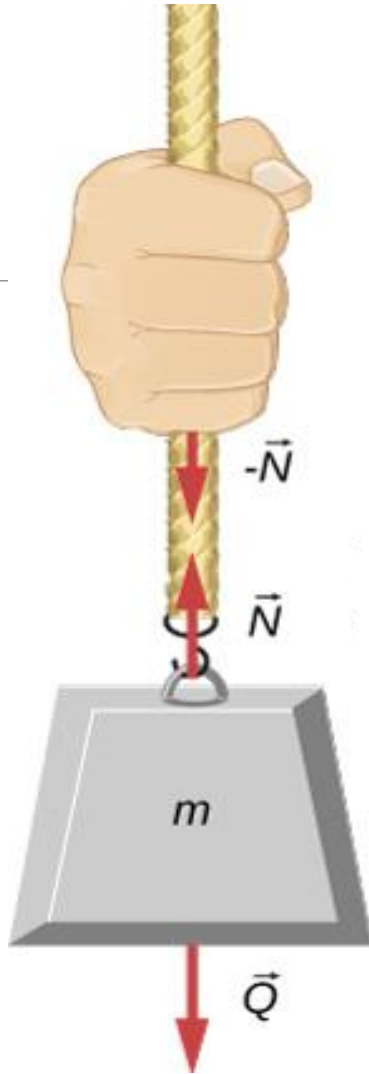
$$F_{g2} = m_2 g$$

$$N_p = (m_1 + m_2) g$$

Siła działająca na podłoże:

$$N_{12} = (m_1 + m_2) g$$

Siła naciągu

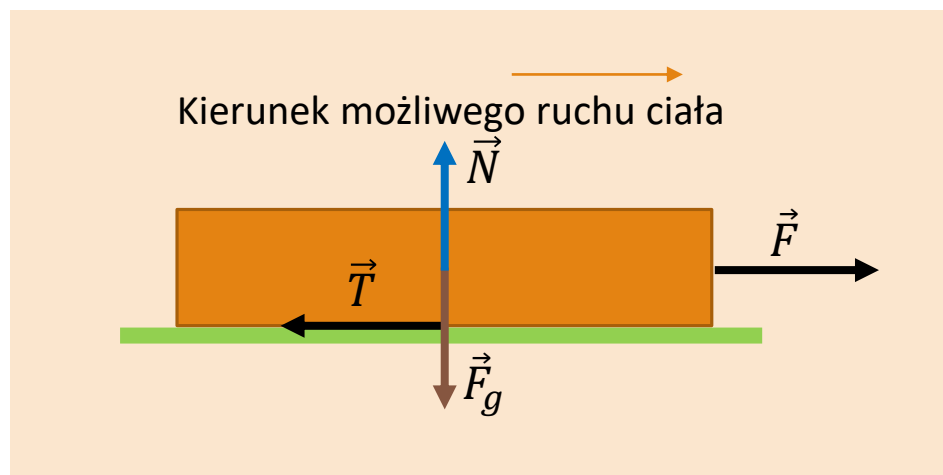


Rozkład sił działających
na zawieszony obiekt



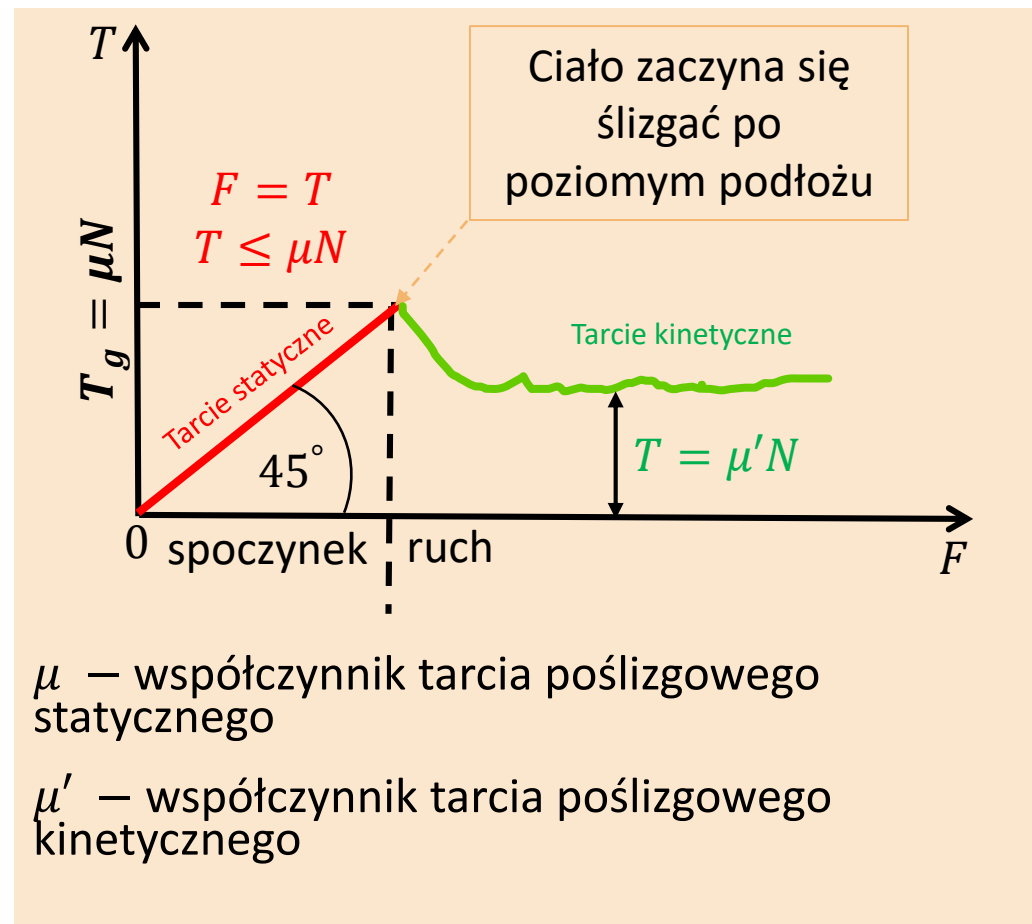
Treści dostępne za darmo na <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szkół-wyższych-tom-1/pages/5-5-trzecia-zasada-dynamiki-newtona>

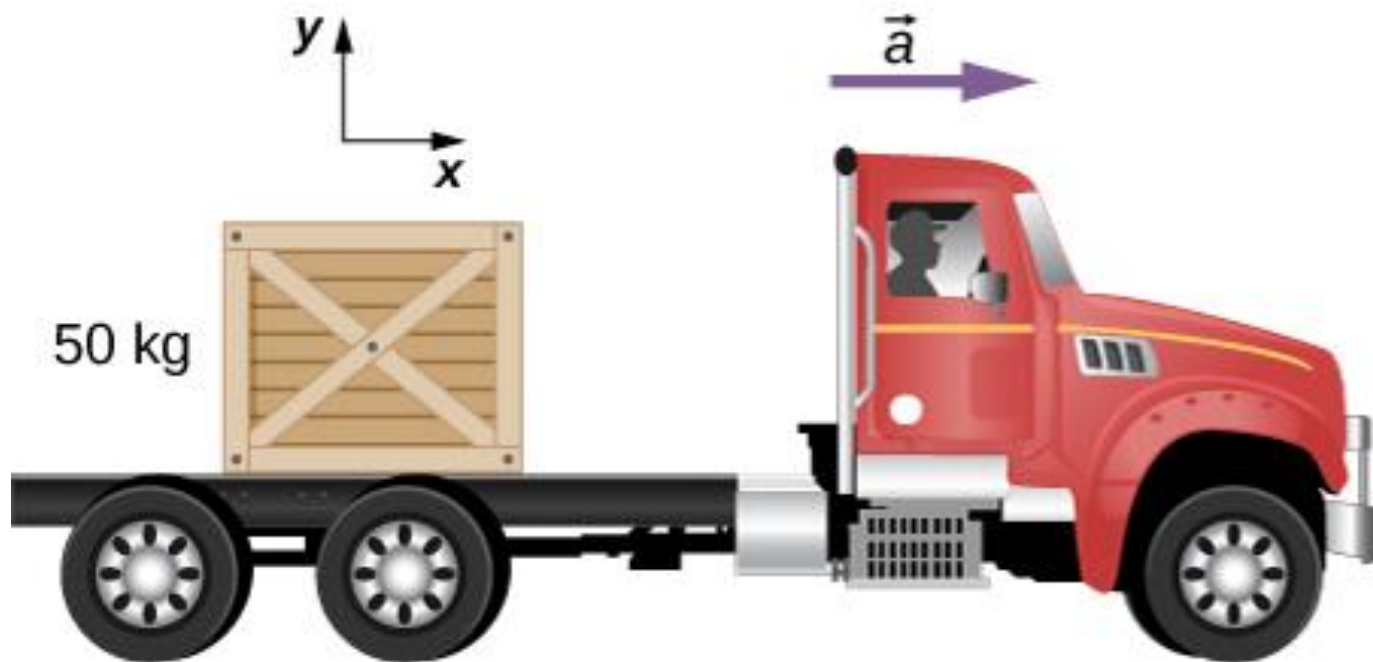
Tarcie statyczne i kinetyczne



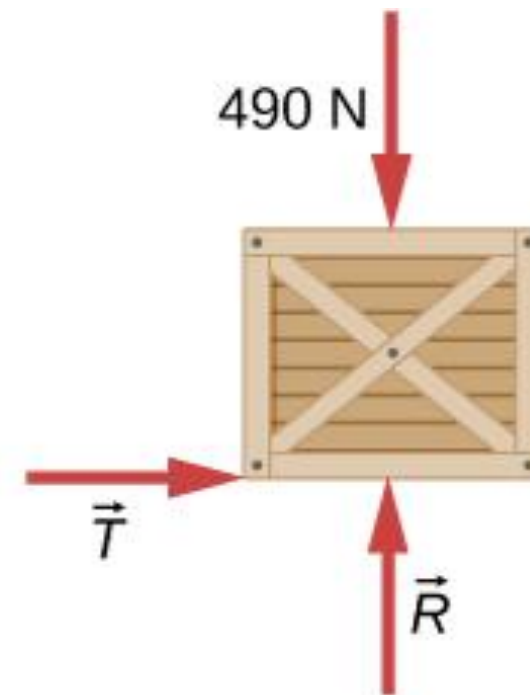
\vec{T} - siła tarcia

\vec{F} - siła powodująca przesunięcie ciała





Skrzynia leży na naczepie auta ciężarowego poruszającego się ruchem jednostajnie przyspieszonym.



Rozkład sił działających na skrzynię.

Treści dostępne za darmo na <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szkół-wyższych-tom-1/pages/5-5-trzecia-zasada-dynamiki-newtona>

Prawa tarcia

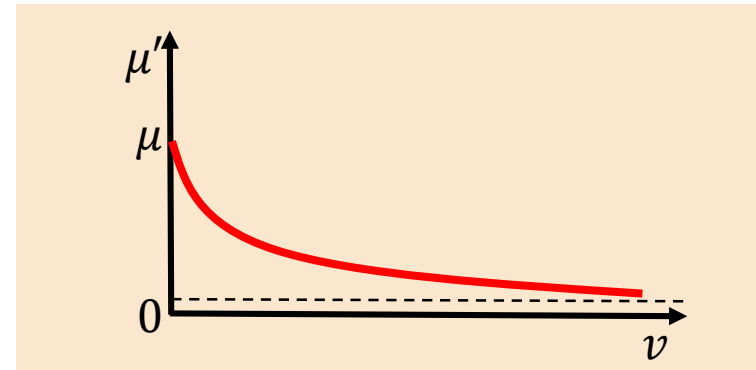
1. Siła tarcia nie zależy od wielkości stykających się ze sobą powierzchni i zależy jedynie od ich rodzaju.

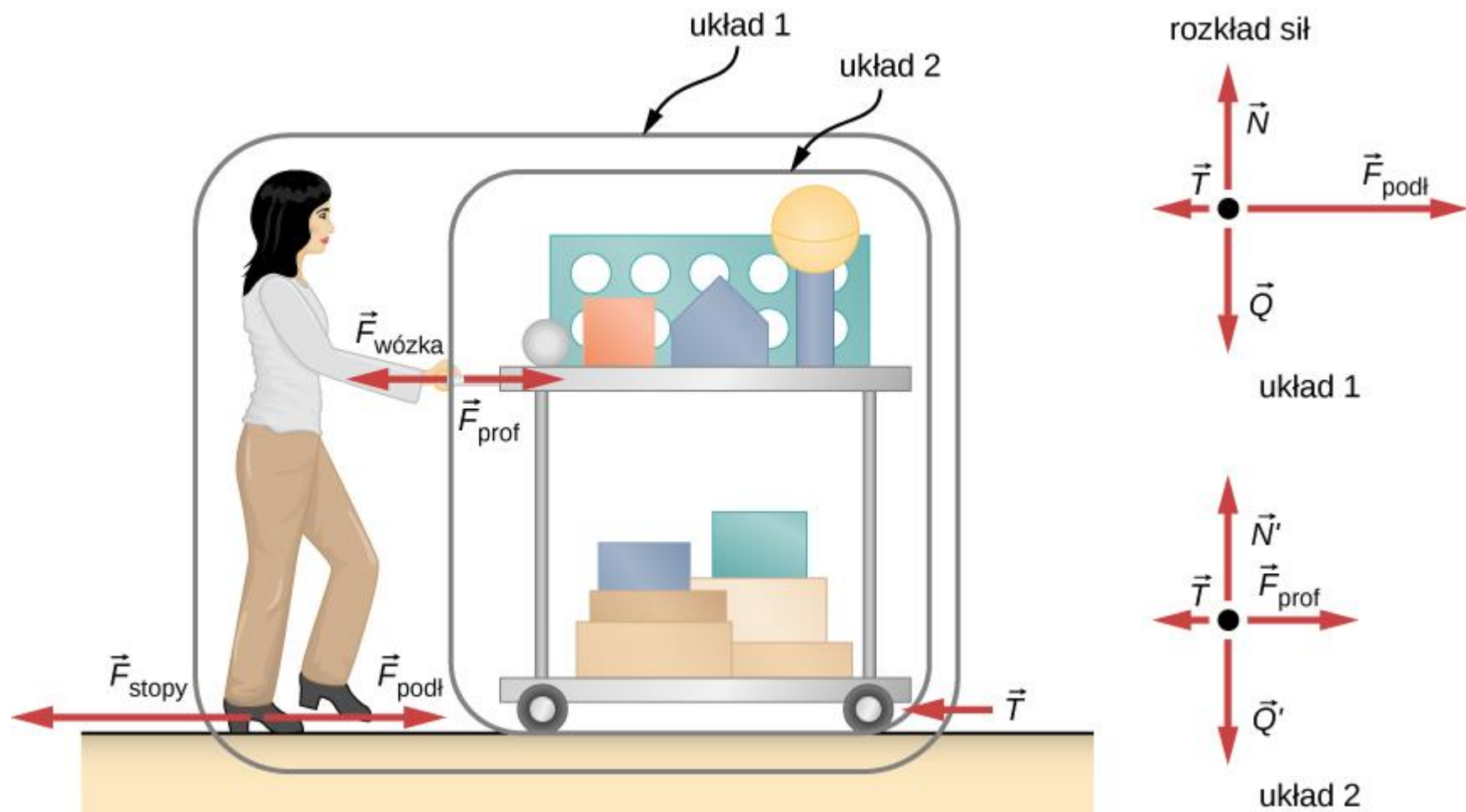
2. Wartość siły tarcia dla ciała w spoczynku może zmienić się od zera do wartości granicznej proporcjonalnej do całkowitego nacisku normalnego:

$$T \leq \mu N$$

3. Dla ciała ślizgającego się po powierzchni, siła tarcia jest zawsze skierowana przeciwnie do kierunku ruchu i jest mniejsza od jej wartości granicznej.

$$T' = \mu' N$$

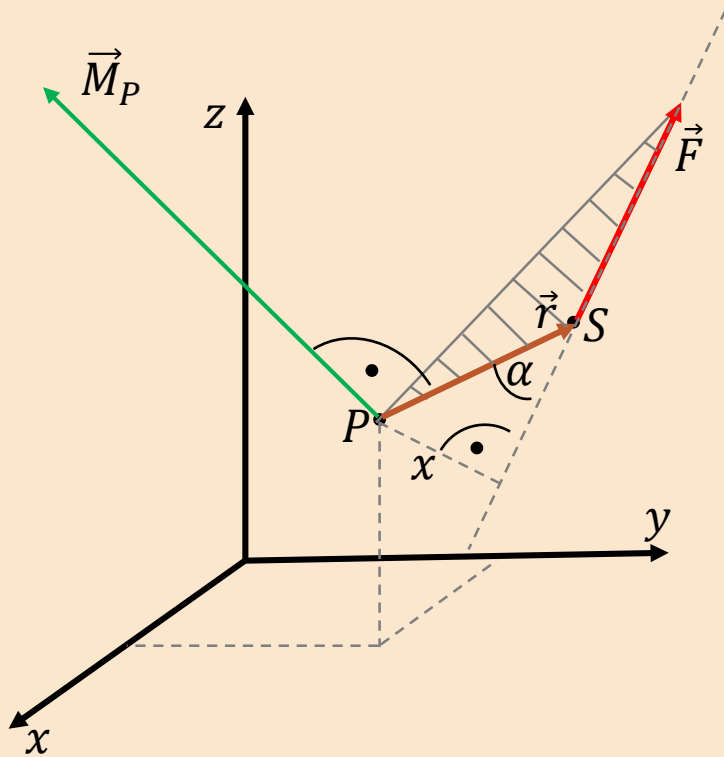




Treści dostępne za darmo na <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szkół-wyższych-tom-1/pages/5-5-trzecia-zasada-dynamiki-newtona>

Moment siły względem punktu

Moment siły względem punktu P:

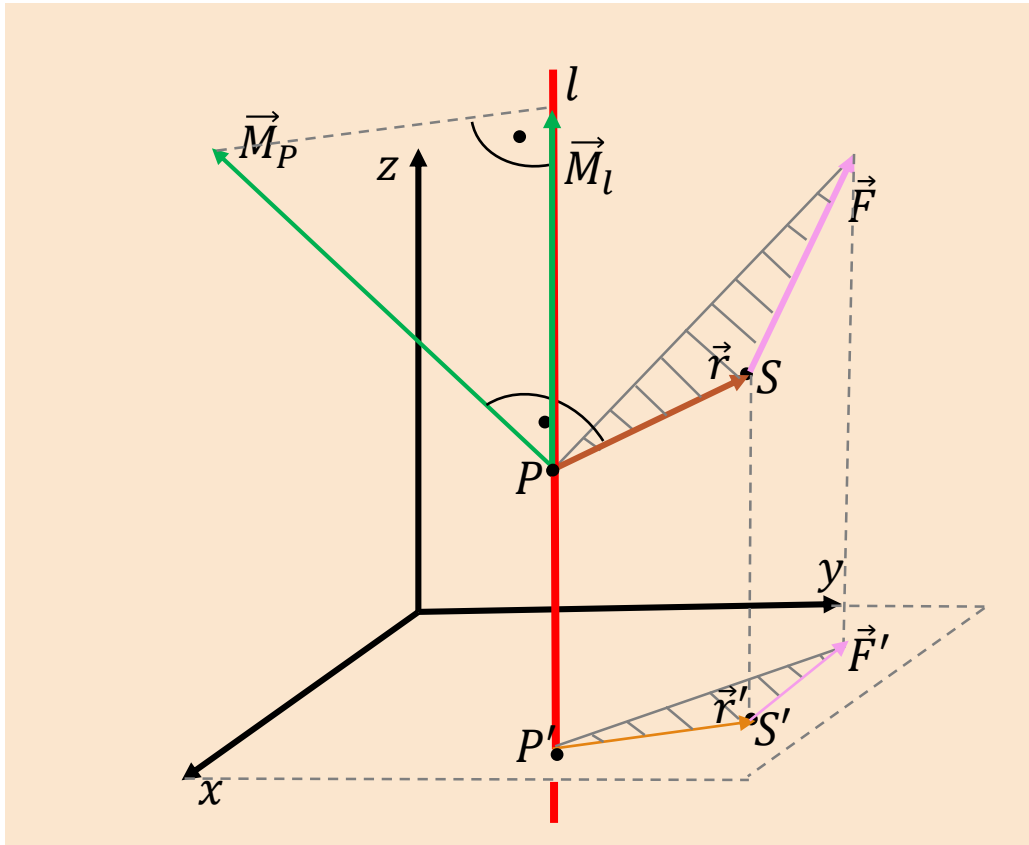


$$\vec{M}_P = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$\underbrace{(r_y F_z - r_z F_y)}_{M_{Px}} \vec{i} + \underbrace{(r_z F_x - r_x F_z)}_{M_{Py}} \vec{j} + \underbrace{(r_x F_y - r_y F_x)}_{M_{Pz}} \vec{k}$$

$$|\vec{M}_P| \equiv M_P = rF \sin \alpha = Fx$$

Moment siły względem osi



Moment siły względem osi, jest równy rzutowi wektora momentu siły względem dowolnego punktu osi na tę oś.

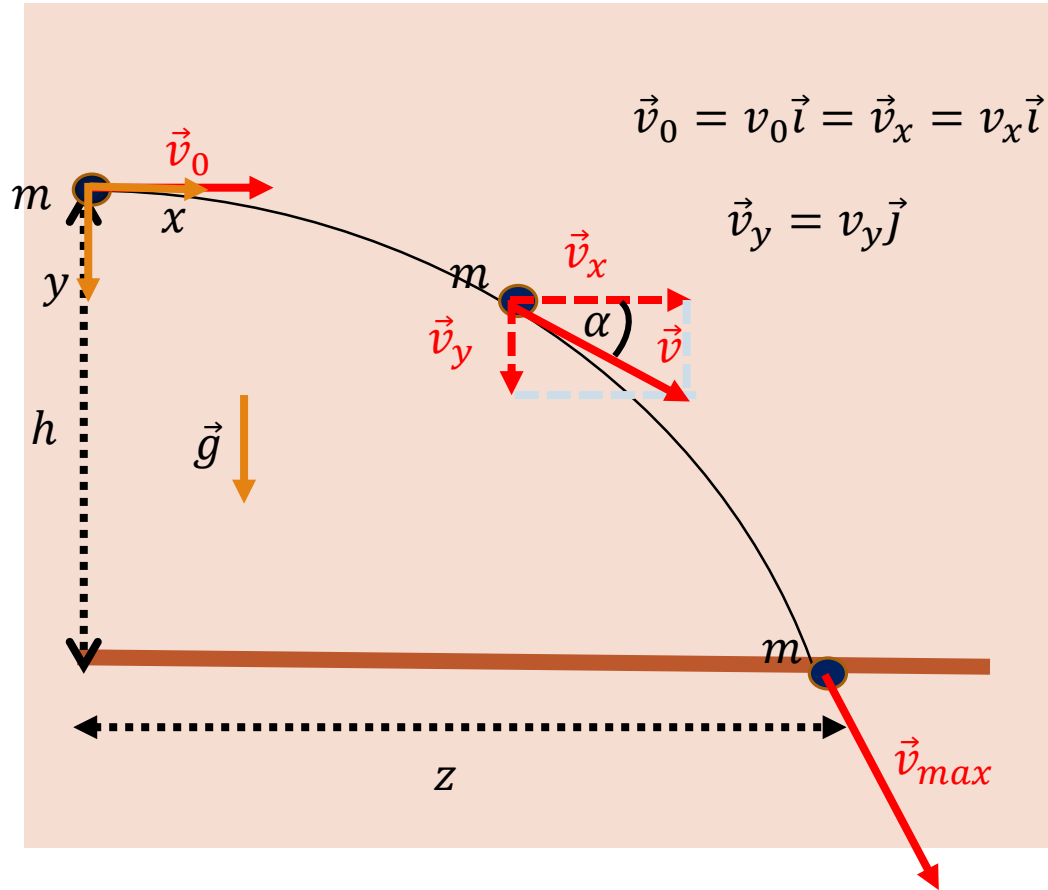
Momentem siły \vec{F} względem osi l nazywamy moment siły \vec{F}' względem punktu P' .

Współrzędne M_x, M_y, M_z wektora \vec{M}_0 (momentu siły \vec{F} względem początku układu współrzędnych) nazywają się momentami siły \vec{F} względem osi odpowiednio: x, y, z .



Rzut poziomy

bez uwzględnienia oporu powietrza



$$\frac{dv_y}{dt} = g \quad \frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$v_x = v_0 = \text{const.} \quad v_y(t) = gt \quad y(t) = \frac{gt^2}{2}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$(v_y)_{max} = \sqrt{2gh}$$

$$v_{max} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$z = v_0 \sqrt{2h/g}$$

Opór powietrza: $\vec{F}_o = -\kappa\vec{v}$

$$m\ddot{r} = P(v) \rightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{P(v)} = \frac{1}{m} \int_0^t dt$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = mg - \kappa v_y$$

$$v_y(t) = \frac{m}{\kappa} \left(g - e^{-\frac{\kappa}{m}t} e^{C_1} \right)$$

Dla $v_y(0) = 0$: $e^{C_1} = g \rightarrow v_y(t) = \frac{mg}{\kappa} \left(1 - e^{-\frac{\kappa}{m}t} \right) \rightarrow \frac{mg}{\kappa}$

PRĘDKOŚĆ GRANICZNA !!!

$$y(t) = \int v_y(t) dt = \frac{gm}{\kappa} t + \frac{gm^2}{\kappa^2} e^{-\frac{\kappa}{m}t} + C_2$$

Dla $y(t=0) = 0$: $C_2 = -\frac{gm^2}{\kappa^2}$

$$m \frac{dv_x}{dt} = -\kappa v_x$$

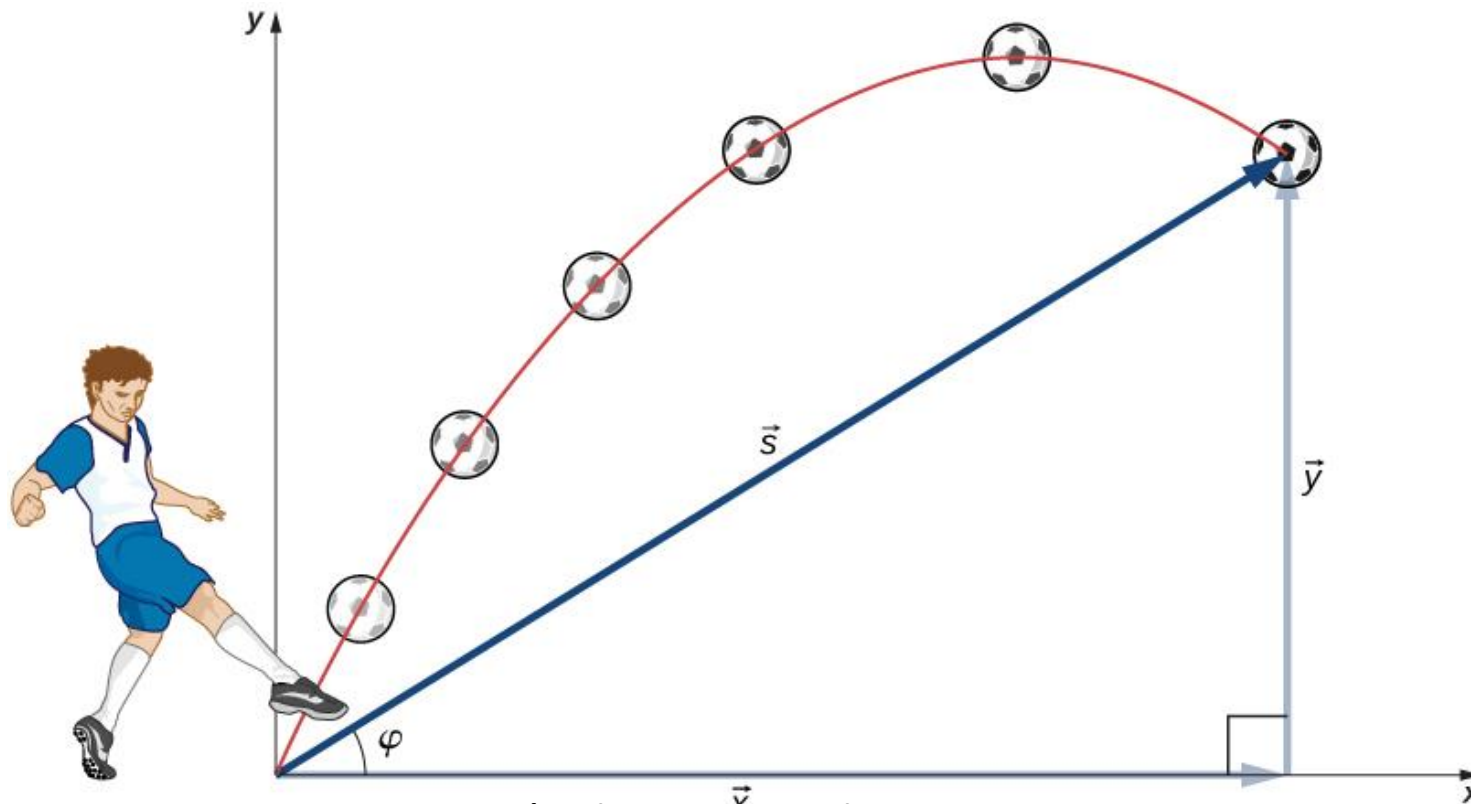
$$v_x(t) = e^{-\frac{\kappa}{m}t} e^{C_1}$$

Dla $v_x(0) = v_0$: $e^{C_1} = v_0$

$$v_x(t) = v_0 e^{-\frac{\kappa}{m}t} \rightarrow 0$$

$$x(t) = \int v_x(t) dt = \frac{mv_0}{\kappa} \left(1 - e^{-\frac{\kappa}{m}t} \right)$$

Rzut ukośny

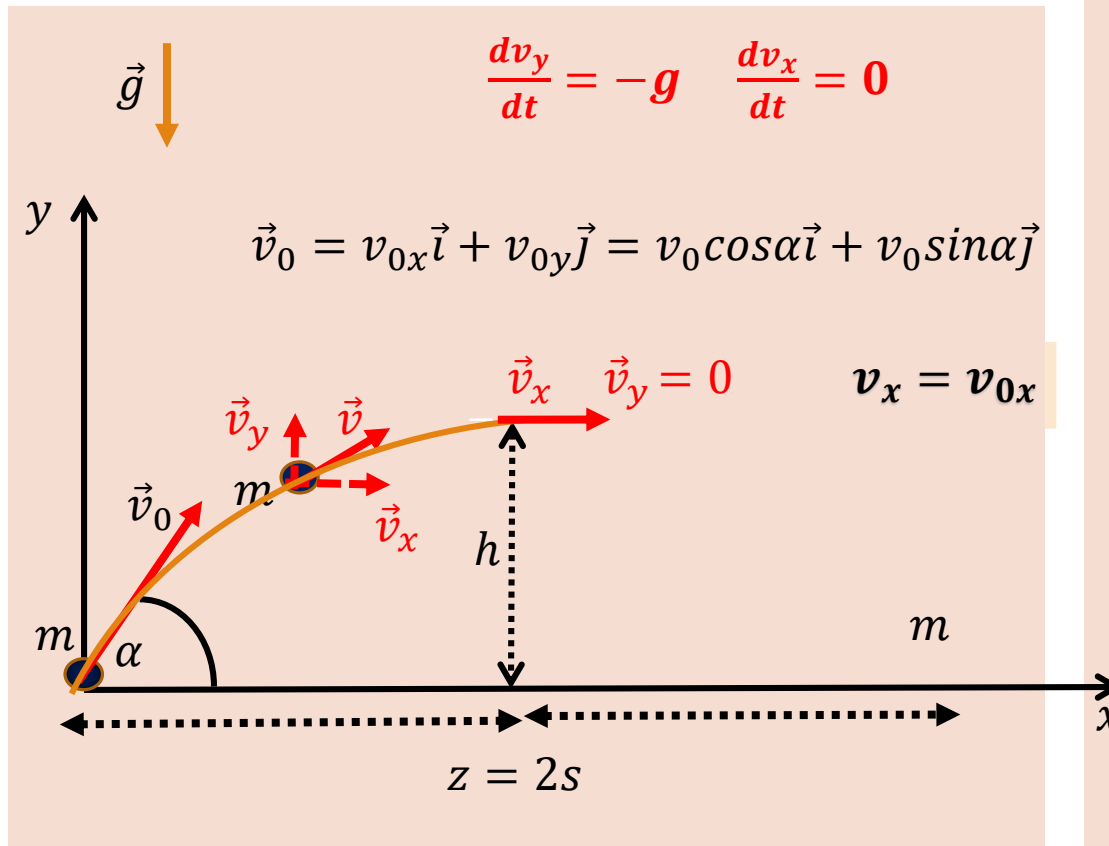


Treści dostępne za darmo na:

<https://openstax.org/books/fizyka-dla-szkół-wyższych-tom-1/pages/7-1-praca>

Rzut ukośny

bez uwzględnienia oporu powietrza



Gdy ciało osiągnie maksymalną wysokość to:

$$v_y = v_{0y} - gt_y = 0, \quad t_y = \frac{v_0\sin\alpha}{g}, \quad y(t) = v_0t\sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$$

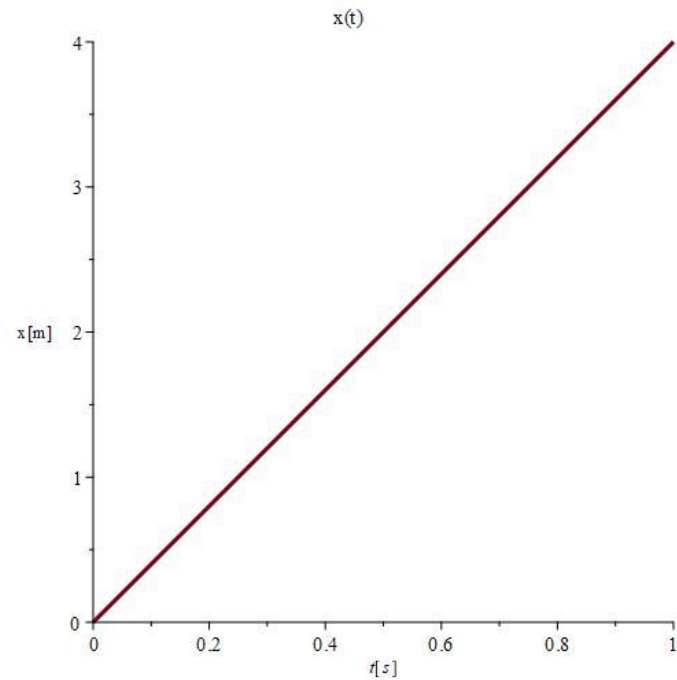
$$h = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

$$s = v_0t_y\cos\alpha = \frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$$

$$z = 2\frac{v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}$$

Równania ruchu

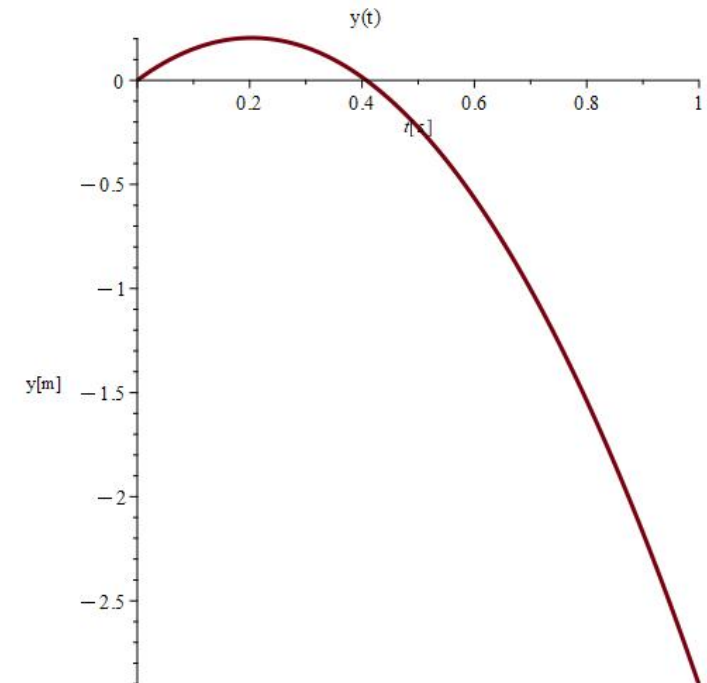
$$\alpha = \frac{\pi}{6} \quad v_0 = 4\text{m/s}$$



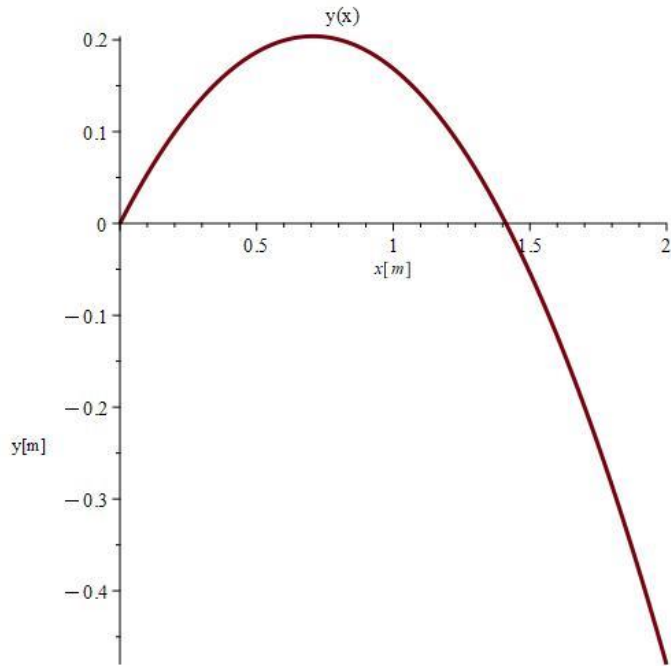
$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha$$

$$t_y = 0,2\text{s}$$



Równanie toru



$$\alpha = \frac{\pi}{6} \quad v_0 = 4\text{m/s} \rightarrow h = 0,2\text{m} \quad x_z = 1.41\text{m}$$

$$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(t) = v_0 t \cos \alpha \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y(x) = xt \tan \alpha - \frac{gx^2}{2(v_0)^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow x_h = \frac{v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} \rightarrow y(x_h) = h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$y(x) = xt \tan \alpha - \frac{gx^2}{2(v_0)^2 \cos^2 \alpha} = 0$$

$$\Delta = tg^2 \alpha$$

$$x_z = \begin{cases} \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-t \tan \alpha + t \tan \alpha)(v_0)^2 \cos^2 \alpha}{g} = 0 \\ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{(-t \tan \alpha - t \tan \alpha)(v_0)^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g} \end{cases}$$

Siła sprężysta

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$x = A \cos \varphi = A \cos \left(\underbrace{\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0}_{\varphi} \right)$$

$$v = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x} = -A \sin \varphi \underbrace{\frac{d\varphi}{dt}}_{\equiv \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$v = -A\omega \sin \varphi$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x} = -A\omega^2 \cos \varphi = -x\omega^2$$

Przykłady

Zad. 1.

Obliczyć czas, po którym ciało o masie m i prędkości początkowej v_0 poruszające się do góry po równi pochyłej o kącie nachylenia α do poziomu osiągnie prędkość równą $\frac{v_0}{10}$.

Zad. 2.

Po wyłączeniu silnika okręt zmniejsza swoją prędkość v na skutek działania siły oporu $F = -kv$. Wiedząc, że prędkość początkowa okrętu wynosiła $20 \frac{m}{s}$, a po czasie $t = 10 s$ zmalała do wartości $5 \frac{m}{s}$, obliczyć po jakim czasie prędkość ta zmaleje do wartości $2 \frac{m}{s}$.

Zad. 3.

Ze stopnia o wysokości $h = 2m$ rzucono kamieniem z prędkością początkową $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ skierowaną pod kątem $\alpha = 45^\circ$ do poziomu. Czy doleci on do basenu oddalonego od podstawy stopnia o $l = 15m$?

Przykłady

Zad. 4.

Wyznaczyć moment siły $\vec{F} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \equiv [1,1,1]$ zaczepionej w punkcie A o współrzędnych $(x = 0, y = 0, z = 1) \equiv (0,0,1)$ względem początku układu współrzędnych, punktu B o współrzędnych $(0,1,1)$, względem punktu C o współrzędnych $(1,3,4)$, oraz względem osi x .

Zad. 5.

Jaką pracę należy wykonać, aby rozciągnąć sprężynę o długość l ? Obliczenia przedstawić graficznie korzystając z geometrycznej interpretacji całki.

Literatura

1. I. W. Sawieliew, KURS FIZYKI T. 1 „Mechanika”, „Fizyka cząsteczkowa”, PWN, W-wa 1987 (lub nowsze wydania).
2. A. K. Wróblewski, J. A. Zakrzewski, Wstęp do fizyki T. 1, PWN, W-wa 1984 (lub inne wydania).
3. A. Hennel, W. Krzyżanowski, W. Szuszkiewicz, K. Wódkiewicz, Zadania i problemy z fizyki T. 1, PWN, W-wa 1974 (lub inne wydania).
4. B. M. Jaworski, A. A. Piński, Elementy fizyki Tom 1 i 2, PWN, W-wa 1976 (lub nowsze wydania).
5. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki 1, PWN, W-wa 2011 (lub inne wydania).
6. W. Żakowski, W. Leksiński, Matematyka IV, W N-T, W-wa 1995 (lub inne wydania).